

INSTITUTO NUESTRA SEÑORA DE FÁTIMA



MATEMÁTICA

CUADERNILLO DE INGRESO

PRIMER AÑO



INSTITUTO PARROQUIAL NUESTRA SEÑORA DE FÁTIMA
NIVEL SECUNDARIO

Córdoba, septiembre de 2026

Estimadas familias:

¡Bienvenidos a nuestra comunidad!

Desde el Departamento de Matemática del Instituto Ntra. Sra. de Fátima comunicamos a Ud. que el Cuadernillo de Ingreso contiene los contenidos básicos de la asignatura para el inicio del año lectivo 2027. Por esta razón, solicitamos que todos los alumnos ingresantes a 1º año completen las actividades del mismo.

El cuadernillo incluye los siguientes temas:

- **Números Naturales:** operaciones (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación), propiedades, ejercicios combinados, problemas. Números romanos.
- **Múltiplos y divisores:** definición; cálculo de MCM y DCM, problemas.
- **Geometría:** punto, recta (paralelas, perpendiculares y oblicuas) plano, segmento, semirrecta. Ángulos: definición, clasificación.

Cabe aclarar que el cuadernillo incluye el tema **ECUACIONES, EL CUAL NO SERÁ EVALUADO EN LA REVISIÓN**, sino que **será explicado en clase** utilizando dicho material.

En las primeras semanas de clases se hará una revisión general de los temas para despejar dudas. Cabe aclarar que no nos detendremos en ahondar en la explicación de dichos contenidos desde cero, puesto que corresponden a temas vistos en primario, en su mayoría. En caso de no haberlos trabajado, se les solicita a las familias introducir en estos conceptos.

La primera evaluación que tendrán los alumnos ingresantes será de los contenidos del cuadernillo. La fecha de prueba está establecida aproximadamente un mes (como máximo) después del día de inicio de clase.

El cuadernillo debe encontrarse completo (excepto la unidad “Ecuaciones”) al inicio del ciclo lectivo. Este cumplimiento se controlará puesto que lo tendremos en cuenta para la nota de la primera evaluación.

El cuadernillo estará a disposición en la librería Mazza a partir de septiembre de 2026 para que puedan adquirirlos impresos y los ingresantes completen las actividades propuestas.

Es importante que los alumnos den este primer paso con responsabilidad. La resolución debe ser del alumno y no de los adultos (padres, hermanos, profesores particulares), para que no se pierda el verdadero sentido con el que fue elaborado este cuadernillo. Además, recordarles que *“la educación es una tarea conjunta de familia y escuela”*.

Quedamos a su disposición para lo que necesiten.

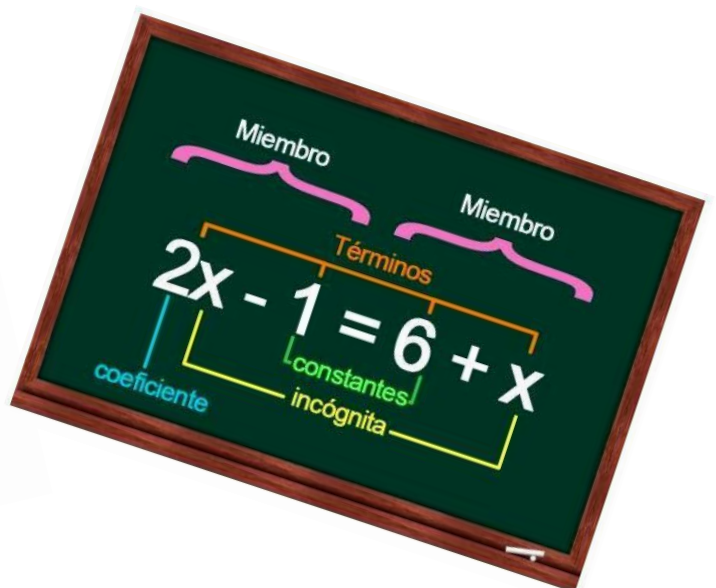
Saludan atentamente:

Profesores Tiago Arcos y Carina Pérez.

INSTITUTO NUESTRA SEÑORA DE FÁTIMA

NÚMEROS NATURALES

ECUACIONES



Sistema de numeración decimal

Teoría

Nuestro sistema de numeración es decimal y posicional.

Decimal: se utilizan diez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Posicional: el valor de cada símbolo depende de su posición.

$$\begin{aligned} 734\,568 &= 700\,000 + 30\,000 + 4\,000 + 500 + 60 + 8 \\ &= 7 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 5 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 8 \cdot 1 \\ &= 7 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 \end{aligned}$$

Se lee: setecientos treinta y cuatro mil quinientos sesenta y ocho.

1 000 000 000 000 000 000 000
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
trillón mil billón mil millón mil

- 1 La distancia de la Tierra a la Luna es de aproximadamente trescientos ochenta y cuatro mil cuatrocientos kilómetros.

a) Escribir el número que representa esa distancia:

b) Calcular cuánto falta para que la distancia sea medio millón:

- 2 Cambiar de posición las cifras para obtener el mayor y el menor número posible de cifras significativas.

a) 27 156 → el mayor es: y el menor es:

b) 322 478 → el mayor es: y el menor es:

c) 502 091 → el mayor es: y el menor es:

d) 4 705 504 → el mayor es: y el menor es:

- 3 Escribir los siguientes números.

a) Ochocientos cuatro mil ciento noventa y tres:

b) Trece millones setenta mil novecientos cuatro:

c) Siete mil veinticuatro millones treinta y cinco mil seiscientos:

d) Cincuenta y dos billones trescientos ocho millones setecientos ocho mil noventa:

- 4 Escribir el número que corresponde a cada descomposición polinómica.

a) $7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 =$

c) $5 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 =$

b) $4 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^4 =$

d) $8 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^8 =$

- 5 Escribir el número pedido en cada caso.

a) El anterior a medio millón:

b) El menor número impar de cinco cifras significativas distintas:

c) El mayor número par de siete cifras distintas:

Sistema de numeración romano

Teoría

El sistema de **numeración romano** no es posicional, ya que cada símbolo tiene el mismo valor sin importar el lugar que ocupe en el número.

Símbolos: **I** = 1 **V** = 5 **X** = 10 **L** = 50 **C** = 100 **D** = 500 **M** = 1 000

Reglas:

- Los símbolos **I**, **X**, **C** y **M** no pueden escribirse más de tres veces seguidas.
- Todo símbolo de menor valor, ubicado a la derecha de otro de mayor valor, se suma.
- Todo símbolo de menor valor, ubicado a la izquierda de otro de mayor valor, se resta.
- Los símbolos **V**, **L** y **D** solo se pueden escribir una vez en cada número y no se pueden escribir a la izquierda de otro de mayor valor.
- El símbolo **I** solo se puede anteponer al **V** o al **X**, el **X** solo al **L** o al **C** y el **C** solo al **D** o al **M**.
- Una línea sobre el número lo multiplica por 1 000, y dos líneas por 1 000 000.

6 Marcar con una **X** el número correctamente escrito en el sistema romano.

a) 148 →	CXXXXVIII	☐	CXLIIX	☐	CXLVIII	☐
b) 499 →	CDIC	☐	CDXCIX	☐	CCCIC	☐
c) 664 →	DCXLIV	☐	DCLXVI	☐	DCLXIV	☐
d) 995 →	CMXCV	☐	VM	☐	CMVC	☐
e) 4 049 →	MMMMIL	☐	IVIL	☐	IVXLIX	☐

7 Escribir los siguientes números en el sistema de numeración romano.

a) 245 =	d) 989 =	g) 23 357 =
b) 476 =	e) 3 593 =	h) 571 142 =
c) 837 =	f) 6 218 =	i) 3 420 923 =

8 Escribir los siguientes números en el sistema de numeración decimal.

a) CCLVII =	d) CMXXXIV =	g) $\overline{\text{XXIVCDXCII}}$ =
b) CDXLI =	e) MMCCCLXIII =	h) $\overline{\text{CCXLVDCCXI}}$ =
c) DCCLXIX =	f) $\overline{\text{VICMLXXXV}}$ =	i) $\overline{\text{XIVDCCLXXIDCXIX}}$ =

Desafío

9 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a) Un billón es un millón de millones.	☐	d) Medio trillón es quinientos billones.	☐
b) Noventa decenas son menos que cien.	☐	e) Diez millones son cien mil centenas.	☐
c) Mil centenas son diez mil unidades.	☐	f) Medio billón es quinientos mil millones.	☐

Multiplicación y división

Teoría

Una **multiplicación** es una manera abreviada de expresar una suma de términos iguales. Cada uno de los números que se multiplican, se llaman **factores**; y el resultado, **producto**.

$$\underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_{6 \text{ VECES}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{FACTOR}}}{7} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{FACTOR}}}{6} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PRODUCTO}}}{42}$$

En la división **entera**, el resto debe ser menor que el divisor.

$$\begin{array}{rcll} \text{DIVIDENDO} \rightarrow 31 & \overline{) 7} & \leftarrow \text{DIVISOR} & \\ \text{RESTO} \rightarrow 3 & 4 & \leftarrow \text{COCIENTE} & \end{array} \quad \begin{array}{rclcl} 31 & = & 7 & \cdot & 4 & + & 3 \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \text{DIVIDENDO} & & \text{DIVISOR} & & \text{COCIENTE} & & \text{RESTO} \end{array}$$

Cuando el resto de una división entera es 0 (cero), la división es **exacta**.

10 Plantear y resolver.

- a) Para un acto, se preparan 24 filas con 18 sillas cada una. Si se aumentan a 36 la cantidad de filas, ¿cuántas sillas hay que colocar en cada una para que haya la misma cantidad de sillas que en la otra distribución?
- b) Una persona debe tomar una pastilla por día durante 13 semanas. Si las pastillas vienen en tiras de 15 o 20 unidades, ¿cuántas tiras iguales y de qué cantidad debe comprar para desperdiciar la menor cantidad de pastillas?

11 Completar la siguiente factura.

ShopModa SRL de Alicia Carranza		C	Factura N.º 200-00041105 Fecha: 25-10-2012
Artículo	Cantidad	Precio unitario	Precio total
Remera	32	\$ 47	
Gorros	15		\$ 585
Sweater		\$ 86	\$ 1 462
Zapatillas		\$ 136	
Total			\$ 4 367

12 Resolver los siguientes cálculos combinados.

- a) $17 \cdot 9 - (161 : 7 - 3) : 5 \cdot 4 =$
- b) $(3 + 24 : 3) \cdot 14 - 23 \cdot 6 =$
- c) $120 : (9 + 7 \cdot 3) + 232 : 8 - 33 =$
- d) $19 - (168 : 4 - 2) : 4 + 42 : 3 \cdot 2 =$

Propiedad distributiva

Teoría

La multiplicación es **distributiva** respecto de la adición y sustracción a derecha e izquierda.

$$\begin{array}{rcl} 5 \cdot (2 + 4) & = & 5 \cdot 2 + 5 \cdot 4 \\ 5 \cdot 6 & = & 10 + 20 \\ 30 & = & 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} (7 - 3) \cdot 2 & = & 7 \cdot 2 - 3 \cdot 2 \\ 4 \cdot 2 & = & 14 - 6 \\ 8 & = & 8 \end{array}$$

La división es **distributiva** respecto de la adición y sustracción solo a izquierda.

$$\begin{array}{rcl} (40 + 20) : 4 & = & 40 : 4 + 20 : 4 \\ 60 : 4 & = & 10 + 5 \\ 15 & = & 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 24 : (4 + 2) & \neq & 24 : 4 + 24 : 2 \\ 24 : 6 & \neq & 6 + 12 \\ 4 & \neq & 18 \end{array}$$

13 Resolver aplicando la propiedad distributiva y verificar el resultado.

a) $(19 + 17) \cdot 3 =$

c) $14 \cdot (15 - 8) =$

b) $(63 + 98) : 7 =$

d) $(124 - 72 + 92) : 4 =$

14 Calcular mentalmente las operaciones aplicando la propiedad distributiva.

Ejemplo: $19 \cdot 7 = (20 - 1) \cdot 7 = 140 - 7 = 133$

$906 : 3 = (900 + 6) : 3 = 300 + 2 = 302$

a) $31 \cdot 6 =$

c) $52 \cdot 9 =$

e) $1\,236 : 6 =$

b) $99 \cdot 8 =$

d) $208 : 4 =$

f) $2\,035 : 5 =$

15 Completar con los números que correspondan.

a) $(2 + \boxed{}) \cdot 7 = \boxed{} + 56 = \boxed{}$

d) $(11 - \boxed{}) \cdot 3 = \boxed{} - \boxed{} = 6$

b) $\boxed{} \cdot (7 - 4) = 28 - \boxed{} = \boxed{}$

e) $(\boxed{} - 36) : 6 = \boxed{} - \boxed{} = 4$

c) $(\boxed{} + \boxed{}) : 4 = 7 + \boxed{} = 9$

f) $9 \cdot (\boxed{} - \boxed{}) = 81 - \boxed{} = 27$

16 Plantear el cálculo y resolver aplicando la propiedad distributiva.

a) Una habitación tiene una altura de 3 m y dos paredes iguales de 6 m y 9 m de largo. ¿Cuál es la superficie total de las paredes de la habitación?

b) Luciano gana \$ 3 700 por mes y gasta \$ 35 200 por año, ¿cuánto logra ahorrar en tres años?

Desafío

17 Plantear y resolver.

El producto de dos números es 20. Si a ambos factores se les suma 3, y el nuevo producto es 56, ¿cuáles son los números?

18 Descomponer en potencias de 10 los siguientes números.

a) $23\ 050 =$

c) $81\ 500\ 900 =$

b) $6\ 020\ 003 =$

d) $7\ 300\ 004\ 026 =$

19 Unir dos números consecutivos.

CDXC

DCCLXXXIX

CD

IX CCXCIX

XI DLXXXIX

XII D

DCCXCII

DCCXC

CDLXXXIX

XI DXC

CCCXCIX

IX CCC

XII CDXCIX

20 Completar el siguiente cuadro.

Precio	Pagando con billetes de \$ 2	Pagando con billetes de \$ 5	Pagando con billetes de \$ 10	Pagando con billetes de \$ 20
\$ 300				
	180			
		112		
			64	
				35

21 Determinar en cada división el menor número que hay que sumarle al dividendo para que sea exacta.

a) $149 : 5$

b) $180 : 7$

c) $250 : 8$

d) $289 : 15$

22 Determinar en cada división el menor número que hay que sumarle al divisor para que sea exacta.

a) $165 : 2$

b) $220 : 6$

c) $374 : 8$

d) $406 : 9$

23 Plantear y resolver.

a) Si en una fábrica se elaboraron 350 alfajores de dulce de leche y 420 alfajores de chocolate, ¿cuántas cajas de 12 alfajores con 6 de dulce de leche y 6 de chocolate se pueden envasar?

b) Para un festival, se alquilaron 1 080 butacas para distribuir en filas con la misma cantidad de asientos cada una. Si la menor cantidad de filas que se puede colocar es 14 y la mayor es 28, ¿cuáles son las posibles distribuciones?

24 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

a) $40 : (8 + 4) = 40 : 8 + 40 : 4$

☐

g) $52 : 0 = 0$

☐

b) $520 : 12 = 43 \cdot 12 + 4$

☐

h) $3 + 7 \cdot 10 = 10 \cdot 10$

☐

c) $38 : 0 = 38$

☐

i) $0 : 0 = 0$

☐

d) $0 : 13 = 0$

☐

j) $429 = 9 + 2 \cdot 10 + 4 \cdot 100$

☐

e) $1 : 5 = 5$

☐

k) $300 + 600 = 100 \cdot (6 + 3)$

☐

f) $673 = 6 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 100$

☐

l) $(45 - 9) : 9 = 5 - 0$

☐

25 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $17 + 148 : 4 - 49 =$

e) $13 \cdot (5 + 1) - 352 : 11 - 972 : 4 : 9 =$

b) $8 \cdot 42 - 19 \cdot 7 + 73 =$

f) $169 : (42 : 6 + 6) + (378 : 9 - 37) \cdot 19 =$

c) $138 : 6 + (60 : 5 - 1) \cdot 7 - 264 : 3 =$

g) $38 \cdot 6 : 3 + (9 + 11 \cdot 6) : 5 - 234 : 13 =$

d) $(112 : 7 + 9) : 5 + 152 : (14 : 2 + 1) =$

h) $(4 + 6 \cdot 8) : 4 + (207 : 9 + 180 : 15) \cdot 3 - 118 =$

26 Plantear el cálculo y resolver.

Alicia compró latas de sardinas de \$ 9, latas de tomates de \$ 8 y latas de duraznos de \$ 12. Compró nueve latas en total y por lo menos una lata de cada producto. Si gastó \$ 91, ¿cuántas latas de cada producto compró?

Potenciación

Teoría

La potenciación expresa una multiplicación de factores iguales, y el resultado es una **potencia**.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}} = \underbrace{a}_{\text{base}}^{n \rightarrow \text{exponente}} \quad a^0 = 1$$

$$5 \cdot 5 = 5^2 = 25 \quad 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3 = 343 \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16 \quad 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5 = 243$$

Un número se denomina **cuadrado perfecto** cuando es igual a otro elevado al cuadrado.

$$9 = 3^2 \quad 49 = 7^2 \quad 100 = 10^2 \rightarrow 9, 49 \text{ y } 100 \text{ son cuadrados perfectos.}$$

Un número se denomina **cubo perfecto** cuando es igual a otro elevado al cubo.

$$27 = 3^3 \quad 64 = 4^3 \quad 125 = 5^3 \rightarrow 27, 64 \text{ y } 125 \text{ son cubos perfectos.}$$

27 Escribir como potencia y calcular los siguientes productos.

a) $6 \cdot 6 \cdot 6 =$

c) $17 \cdot 17 =$

e) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$

b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$

d) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$

f) $11 \cdot 11 \cdot 11 =$

28 Calcular los primeros diez cuadrados y cubos perfectos.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2										
a^3										

Radicación

Teoría

La radicación se define como: $\overset{\text{índice}}{\underset{\text{radical}}{\sqrt[n]{a}}} = b$ si se cumple que $b^n = a$

$$\sqrt{36} = 6 \text{ porque } 6^2 = 36 \quad \sqrt[3]{125} = 5 \text{ porque } 5^3 = 125 \quad \sqrt[4]{81} = 3 \text{ porque } 3^4 = 81$$

29 Calcular las siguientes raíces.

a) $\sqrt{64} =$

c) $\sqrt[3]{64} =$

e) $\sqrt[5]{32} =$

g) $\sqrt{400} =$

b) $\sqrt[3]{8} =$

d) $\sqrt{196} =$

f) $\sqrt[3]{1000} =$

h) $\sqrt[4]{625} =$

30 Escribir entre qué números naturales consecutivos se encuentra cada raíz.

a) $\boxed{} < \sqrt{7} < \boxed{}$

c) $\boxed{} < \sqrt{57} < \boxed{}$

e) $\boxed{} < \sqrt{84} < \boxed{}$

b) $\boxed{} < \sqrt{32} < \boxed{}$

d) $\boxed{} < \sqrt{23} < \boxed{}$

f) $\boxed{} < \sqrt{150} < \boxed{}$

31 Resolver.

a) $\sqrt{8 \cdot 5 + 3^2} =$

d) $\sqrt[3]{10^2 + 5^2} =$

b) $\sqrt[3]{7^2 + 3 \cdot 5} =$

e) $\sqrt[4]{11^2 - 5 \cdot 2^3} =$

c) $\sqrt{12^2 + 5^2} =$

f) $\sqrt{6^3 + 7^2 - 3^2} =$

Propiedades de la potenciación

Teoría

Propiedad	Simbólicamente	Ejemplo
Producto de potencias de igual base	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$3^2 \cdot 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$
Cociente de potencias de igual base	$a^n : a^m = a^{n-m}$	$4^7 : 4^4 = 4^{7-4} = 4^3$
Potencia de otra potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5} = 2^{15}$
Distributiva respecto de la multiplicación	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(9 \cdot 6)^3 = 9^3 \cdot 6^3$
Distributiva respecto de la división	$(a : b)^n = a^n : b^n$	$(8 : 2)^5 = 8^5 : 2^5$

La potenciación **NO** es distributiva respecto de la adición y de la sustracción.

a) $(4 + 3)^2 \neq 4^2 + 3^2$

$7^2 \neq 16 + 9$

$49 \neq 25$

b) $(5 - 2)^3 \neq 5^3 - 2^3$

$3^3 \neq 125 - 8$

$27 \neq 117$

32 Resolver aplicando las propiedades de la potenciación.

a) $3^3 \cdot 3 =$

b) $5^6 : 5^4 =$

c) $4 \cdot 4^3 =$

d) $6^4 \cdot 6^5 : 6^7 =$

e) $(2 \cdot 3)^3 =$

f) $(20 : 4)^2 =$

g) $(2^3)^4 : 2^6 =$

h) $(7 \cdot 7^5) : 7^3 =$

i) $(3^2 \cdot 3^3)^3 : (3^2)^6 =$

33 Unir las operaciones con el mismo resultado.

a) $2^8 \cdot 2^5 : 2^7$

d) $(2^8 : 2)^3$

$(2^7 \cdot 2)^3 : (2^4)^3$

$(2^4)^5 : (2^2)^7$

b) $(2^3 \cdot 2)^5$

$(2^6)^3 \cdot 2^2$

$2^{11} : 2 : 2$

c) $(2^4)^6 : (2^3)^5$

e) $2^{19} : (2^3)^4 \cdot 2^5$

$(2^{15} : 2^7)^2 : 2$

$(2^9 : 2^4)^4 \cdot 2$

34 Resolver los siguientes cálculos combinados.

a) $(1 + 2)^3 : 9 + (2 \cdot 4 - 2) : 3 + \sqrt{15 : 3 + 2^2} =$

c) $(28 : 4 + 3) : 5 + (7 - 4)^2 + \sqrt{8^2 : 4 + 3^2} =$

b) $\sqrt{20 \cdot 2 + 3^2} + 2^3 - 20 : 5 \cdot 3 + \sqrt[3]{5^2 + 2} =$

d) $17 - (7 \cdot 3 - 1) : \sqrt{100} + 2^5 : 2^3 + (12 : 3 + 1)^2 =$

Desafío

35 Completar los casilleros vacíos.

a) $3^3 \cdot 3^{\boxed{}} = 243$

c) $(\boxed{} + 5)^3 = 512$

e) $(2^2)^{\boxed{}} = 256$

b) $\sqrt{5 \cdot \boxed{}} - 1 = 7$

d) $\sqrt{10^2 + \boxed{}} = 12$

f) $\sqrt[3]{15^2 - \boxed{}} = 6$

36 Calcular las siguientes potencias y raíces.

a) $(5 + 20 : 5)^2 =$

d) $\sqrt{13 \cdot 7 + 3 \cdot 14 - 12} =$

b) $\sqrt[3]{31 \cdot 4 + 1} =$

e) $(180 : 12 \cdot 2 - 23)^4 =$

c) $(4 \cdot 17 - 12 \cdot 5)^3 =$

f) $\sqrt[3]{19 \cdot 17 + 5 \cdot 4} =$

37 Marcar con rojo los cuadrados perfectos y con azul los cubos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Responder.

a) ¿Qué números son cuadrados y, a la vez, cubos perfectos?

b) ¿En qué cifras terminan los cuadrados perfectos?

38 Unir los cálculos que tengan igual resultado.

a) $2^2 \cdot 2 \cdot 2$

d) $(2^6)^3$

$2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^2$

$(2^2)^9$

b) $2^3 \cdot 2^7$

e) $2^5 \cdot 2^{10} : 2^3$

$(2 \cdot 2)^2$

$2 \cdot 2^4$

c) $2^{13} : 2^8$

$2^9 : 2$

$2^9 \cdot 2$

39 Colocar **V** (Verdadero) o **F** (Falso) según corresponda.

a) $8^2 = 4^4$ ☐

e) $1^{10} = 10^0$ ☐

i) $(3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2$ ☐

b) $6^2 = 2^6$ ☐

f) $5^3 \cdot 5^3 = (5^2)^3$ ☐

j) $50^2 = (2 \cdot 25)^2$ ☐

c) $(6^2)^4 = 6^6$ ☐

g) $(9 + 7)^3 = 9^3 + 7^3$ ☐

k) $10^2 = (5 + 5)^2$ ☐

d) $4^3 \cdot 4 = (4^2)^2$ ☐

h) $12^2 + 8^2 = 20^2$ ☐

l) $30^2 : 2^2 = (30 : 2)^2$ ☐

40 Plantear el cálculo y resolver.

- a) La suma de los cuadrados de siete y nueve:
- b) La diferencia entre los cubos de ocho y seis:
- c) El cuadrado de la suma entre cinco y ocho:
- d) El cubo de la diferencia entre doce y tres:

41 Resolver las siguientes operaciones combinadas.

a) $(3 + 7)^2 : \sqrt[3]{125} + (7 \cdot 4 - 2^3) : 2^2 + 30 : 6 =$ e) $(5 - 3)^5 : 2^2 + (12 - 5 \cdot 2) \cdot 7 - \sqrt{12 : 4 + 7^0} =$

b) $\sqrt{13 \cdot 2 - 1} + 6^2 : 2^2 \cdot 3 - 12 + \sqrt{324} : 3^2 =$ f) $\sqrt{3 \cdot 17 - 2} + (3^4 - 8^0) : 2^4 - \sqrt{144} =$

c) $((2 \cdot 3 - 3) \cdot 4 + \sqrt[3]{8}) : 7 + (2^3 - 5) \cdot \sqrt{225} =$ g) $(39 : 3 + 7) : 2^2 + \sqrt{10^2 + 5^2 + 11 \cdot 2^2} =$

d) $\sqrt{18 - (8 \cdot 2 - 3 \cdot 2) + 7^0} + 3^3 - 40 : 8 \cdot 3 =$ h) $(7^3 + 2) : 15 - \sqrt{2 \cdot (6^3 - 2^4)} =$

NO HACER - PARA TRABAJAR EN CLASE

Lenguaje coloquial y simbólico

Teoría

El lenguaje **coloquial** es el que se utiliza en la vida cotidiana, y el lenguaje **simbólico** es el que utiliza la Matemática. Está compuesto por números, letras y símbolos. Las letras representan números cuyo valor se desconoce.

Lenguaje coloquial		Lenguaje simbólico
El doble de un número	→	$2r$
La tercera parte de un número	→	$m : 3$
El consecutivo o siguiente de un número	→	$t + 1$
El anterior de un número	→	$n - 1$

42 Expresar en lenguaje simbólico.

- La suma entre ocho y doce es veinte:
- Nueve es menor que trece:
- El doble de quince es treinta:
- La diferencia entre catorce y seis es ocho:
- La cuarta parte de cien es veinticinco:
- El producto entre seis y siete es cuarenta y dos:
- El cociente entre doscientos y cuarenta es cinco:
- El cuadrado de siete es cuarenta y nueve:

43 Traducir al lenguaje simbólico y resolver.

- La diferencia entre quince y siete:
- El producto entre ocho y catorce:
- La cuarta parte de ciento treinta y dos:
- El quíntuple de veintinueve:
- La diferencia entre el doble de diecisiete y veinticinco:
- El cociente entre doscientos cuatro y el triple de cuatro:
- El cuadrado del siguiente de doce:
- El producto entre el anterior y el siguiente de dieciséis:
- La suma entre el cubo de ocho y la mitad de cuarenta:
- La tercera parte de la diferencia entre noventa y doce:

44 Marcar con una X la expresión correcta.

- | | |
|---|--|
| <p>a) La mitad del anterior de un número.</p> <p>→ $x : 2 - 1$ ☐</p> <p>→ $x - 1 : 2$ ☐</p> <p>→ $(x - 1) : 2$ ☐</p> | <p>d) El anterior del cuádruplo de un número.</p> <p>→ $4(x - 1)$ ☐</p> <p>→ $4x - 1$ ☐</p> <p>→ $x - 1 \cdot 4$ ☐</p> |
| <p>b) El triple del siguiente de un número.</p> <p>→ $3x + 1$ ☐</p> <p>→ $3(x + 1)$ ☐</p> <p>→ $x + 1 \cdot 3$ ☐</p> | <p>e) El producto de dos números consecutivos.</p> <p>→ $x \cdot x + 1$ ☐</p> <p>→ $(x - 1) \cdot x$ ☐</p> <p>→ $(x + 1)(x - 1)$ ☐</p> |
| <p>c) El siguiente de la tercera parte de un número.</p> <p>→ $x : 3 + 1$ ☐</p> <p>→ $x + 1 : 3$ ☐</p> <p>→ $(x + 1) : 3$ ☐</p> | <p>f) La diferencia entre un número y su mitad.</p> <p>→ $(x - x) : 2$ ☐</p> <p>→ $x : 2 - x$ ☐</p> <p>→ $x - x : 2$ ☐</p> |

NO HACER - PARA TRABAJAR EN CLASE

Ecuaciones

Teoría

Una **ecuación** es una igualdad en la que hay por lo menos una letra (incógnita) que representa un número desconocido.

Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita que verifica la igualdad.

$$3x - 1 = 5 \rightarrow x = 2 \text{ porque } 3 \cdot 2 - 1 = 5$$

Ejemplos de cómo se resuelve una ecuación:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x + 7 &= 18 \\ x + 7 - 7 &= 18 - 7 \\ x &= 11 \\ \downarrow \\ 11 + 7 &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 3x &= 24 \\ 3x : 3 &= 24 : 3 \\ x &= 8 \\ \downarrow \\ 3 \cdot 8 &= 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad x - 9 &= 3 \\ x - 9 + 9 &= 3 + 9 \\ x &= 12 \\ \downarrow \\ 12 - 9 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad x : 2 &= 8 \\ x : 2 \cdot 2 &= 8 \cdot 2 \\ x &= 16 \\ \downarrow \\ 16 : 2 &= 8 \end{aligned}$$

45 Hallar mentalmente el valor de la incógnita en cada ecuación.

$$\text{a)} \quad m + 3 = 12 \rightarrow m = \boxed{}$$

$$\text{d)} \quad t + t = 14 \rightarrow t = \boxed{}$$

$$\text{g)} \quad 17 - h = 9 \rightarrow h = \boxed{}$$

$$\text{b)} \quad r - 7 = 20 \rightarrow r = \boxed{}$$

$$\text{e)} \quad b : 3 = 4 \rightarrow b = \boxed{}$$

$$\text{h)} \quad z : 4 = 1 \rightarrow z = \boxed{}$$

$$\text{c)} \quad 5p = 20 \rightarrow p = \boxed{}$$

$$\text{f)} \quad 4 + f = 4 \rightarrow f = \boxed{}$$

$$\text{i)} \quad 30 : s = 6 \rightarrow s = \boxed{}$$

46 Resolver las siguientes ecuaciones.

$$\text{a)} \quad 2x + 3 = 9$$

$$\text{c)} \quad x + 4x = 7 + 13$$

$$\text{e)} \quad 9 + 5x - 4 + x = 23$$

$$\text{b)} \quad 3x - 5 = 10$$

$$\text{d)} \quad 2 + 7x - 3x = 18$$

$$\text{f)} \quad 10x - 5 - 2x = 9 + 5x + 7$$

47 Plantear la ecuación y resolver.

a) Si al doble de un número se le resta el cuadrado de tres, se obtiene la mitad de cincuenta. ¿De qué número se trata?

b) Si a la tercera parte del dinero que tengo le sumo el cuádruplo de seis, obtengo el cuadrado de diez. ¿Cuánto dinero tengo?

Desafío

48 Pensar y responder.

a) ¿Existe algún valor que verifique la ecuación $x = x + 1$?

b) ¿Cuál es la interpretación en el lenguaje coloquial de la ecuación anterior?

NO HACER - PARA TRABAJAR EN CLASE

Propiedad distributiva en la resolución de ecuaciones

Teoría

Para resolver algunas ecuaciones, a veces, es necesario aplicar la propiedad distributiva.

a) $5(x + 2) = 3(x + 8) \rightarrow 5x + 10 = 3x + 24 \rightarrow 5x - 3x = 24 - 10 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$

b) $(54x - 27) : 9 = 2x + 17 \rightarrow 6x - 3 = 2x + 17 \rightarrow 6x - 2x = 17 + 3 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5$

49 Resolver cada ecuación de dos maneras diferentes.

a) $3(x + 2) = 12$

b) $(12x - 8) : 2 = 14$

c) $(2x - 5) \cdot 4 = 20$

50 Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $2(x - 4) = x + 7$

c) $(x + 2) \cdot 6 = 2(10 + x)$

b) $7(x - 1) = 3x + 1$

d) $(35x - 50) : 5 = 2x + 15$

51 Plantear la ecuación y resolver aplicando la propiedad distributiva.

a) El triple de la diferencia entre un número y seis es veintisiete. ¿De qué número se trata?

c) La mitad de la edad que tendrá Pedro dentro de ocho años es once. ¿Cuál es su edad actual?

b) Si se aumenta en 5 cm los lados de un cuadrado, su nuevo perímetro es de 56 cm. ¿Cuál era su perímetro original?

d) Si el triple del anterior de un número es igual al doble de su siguiente, ¿qué número cumple esa condición?

52 Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $5(x - 2) = 3(x + 7) + 1$

b) $3(2x - 4) + 6(x - 3) = 30$

NO HACER - PARA TRABAJAR EN CLASE

Ecuaciones con potencias y raíces

Teoría

Las ecuaciones con potencias o raíces se resuelven de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x^2 &= 49 \\ \sqrt{x^2} &= \sqrt{49} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad x^3 &= 216 \\ \sqrt[3]{x^3} &= \sqrt[3]{216} \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \sqrt{x} &= 5 \\ (\sqrt{x})^2 &= 5^2 \\ x &= 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad \sqrt[5]{x} &= 2 \\ (\sqrt[5]{x})^5 &= 2^5 \\ x &= 32 \end{aligned}$$

53 Unir cada ecuación con el valor que la verifica.

$$\text{a)} \quad x^2 = 36$$

$$\text{b)} \quad \sqrt{x} = 2$$

$$\text{c)} \quad x^3 = 8$$

$$\text{d)} \quad \sqrt[3]{x} = 2$$

$$\text{e)} \quad x^4 = 81$$

$$x = 2$$

$$x = 5$$

$$x = 4$$

$$x = 3$$

$$x = 6$$

$$x = 8$$

54 Resolver cada una de las siguientes ecuaciones.

$$\text{a)} \quad x^2 - 1 = 8$$

$$\text{c)} \quad x^4 : 8 + 1 = 33$$

$$\text{e)} \quad 2x^3 + 1 = 55$$

$$\text{g)} \quad (x + 1)^3 = 64$$

$$\text{b)} \quad \sqrt{x} - 3 = 4$$

$$\text{d)} \quad 3 \cdot \sqrt[4]{x} = 6$$

$$\text{f)} \quad \sqrt{x + 2} = 3$$

$$\text{h)} \quad \sqrt[3]{x - 4} - 1 = 4$$

55 Plantear la ecuación y resolver.

a) El anterior del cuadrado de un número es igual al triple de dieciséis. ¿Cuál es el número?

c) La superficie de un cuadrado es de 196 cm^2 . ¿Cuál es su perímetro?

b) El cuadrado del siguiente de un número es igual al siguiente de ochenta. ¿Cuál es el número?

d) La mitad del cubo de un número es ciento ocho. ¿Cuál es el número?

Desafío

56 Hallar el valor de **a** para que las ecuaciones tengan la solución pedida.

$$\text{a)} \quad \sqrt{a} + x = 10 \rightarrow x = 3$$

$$\text{b)} \quad \sqrt{x - a} = 6 \rightarrow x = 50$$

$$\text{c)} \quad (a - x)^2 = 121 \rightarrow x = 5$$

57 Escribir cada cálculo y resolverlo.

- a) La suma entre el doble de siete y nueve:
- b) El doble de la suma entre ocho y diez:
- c) La diferencia entre la mitad de cien y quince:
- d) La mitad de la diferencia entre setenta y veinte:
- e) El producto entre el siguiente de veinte y doce:
- f) El siguiente del producto entre catorce y cinco:

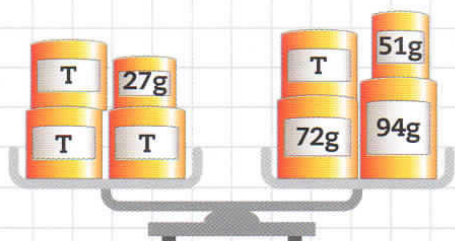
58 Hallar la expresión simbólica.

- a) El anterior del cuadrado de un número:
- b) La mitad de la raíz cuadrada de un número:
- c) La suma entre el cuadrado y el cubo de un número:
- d) El doble de un número por el cubo de ese número:
- e) La cuarta parte del cuadrado de un número:

59 Plantear la ecuación y hallar el número que cumple cada condición.

- a) Su cuádruplo es 1 428.
- b) Su tercera parte es 567.
- c) La suma de su doble y su triple es 185.
- d) Su consecutivo es igual a restarle 20 a su doble.

60 Plantear la ecuación y calcular el peso de cada lata de tomates.



61 Hallar el valor de x .

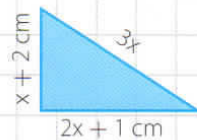
- a) $7x - 8 + 2x = 4x + 17$
- b) $21 + 10x - 19 = 7x + 30 - 4x$
- c) $5(x + 2) + 2x = 4x + 31$
- d) $3(x + 7) + 2(x + 3) = x + 39$
- e) $4(3x + 1) - x = 3x + 20$
- f) $2(3 + 6x) - 5 = 7(x + 8)$

NO HACER - PARA TRABAJAR EN CLASE

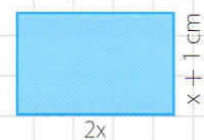
62 Plantear la ecuación y hallar el valor de x .

a) $6x + 11 \begin{array}{l} \text{---} 6 \\ 5 \quad \quad 8 \end{array}$

b) Perímetro: 21 cm



c) Perímetro: 50 cm



63 Plantear y resolver.

a) El triple de la edad de Matías más cuatro años es igual a la edad de su mamá. Si su mamá tiene 43 años, ¿qué edad tiene Matías?

c) La suma de dos números es cuarenta y nueve. Si uno de ellos es seis veces mayor que el otro, ¿cuáles son los números?

b) Macarena y Mailén tienen entre las dos \$ 160. Si Mailén tiene \$ 4 más que Macarena, ¿cuánto dinero tiene cada una?

d) Si el séxtuplo de las figuritas que tiene Lucas es igual al doble de la suma entre sus figuritas y dieciocho, ¿cuántas figuritas tiene?

64 Unir con una flecha las ecuaciones que tienen la misma solución.

a) $x^2 = 49$

d) $\sqrt[3]{x} = 4$

$\sqrt{x} = 6$

$\sqrt[5]{x} = 2$

b) $\sqrt{x} = 4$

$x^5 = 243$

c) $x^3 = 125$

e) $x^4 = 81$

$\sqrt[4]{x} = 2$

$x^4 = 625$

$x^3 = 343$

65 Resolver las siguientes ecuaciones.

a) $x^3 + 6 = 70$

c) $3x^4 = 243$

e) $2x^2 - 5 = 13$

g) $(x + 1)^2 = 196$

b) $\sqrt{x} - 2 = 7$

d) $\sqrt[3]{x} + 1 = 4$

f) $\sqrt{x + 4} = 7$

h) $\sqrt{x - 7} - 3 = 2$

66 Aplicar las propiedades de la potenciación para calcular el valor de x .

a) $(x \cdot x)^2 = 81$

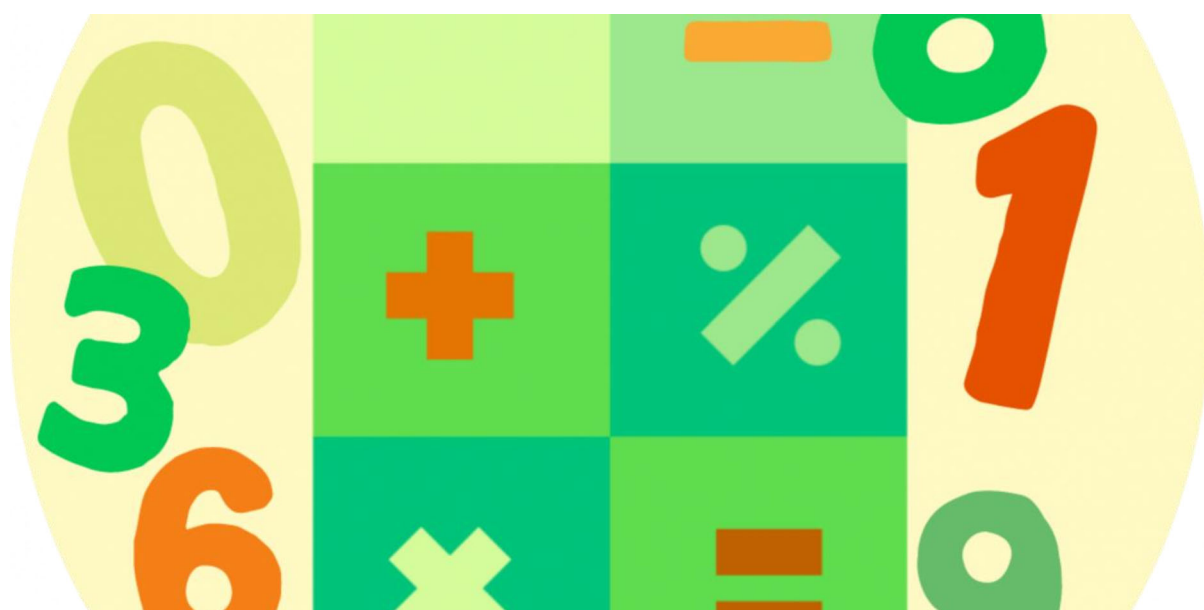
b) $x^7 : x^5 = 121$

c) $x^2 \cdot x = 216$

d) $(x^6 : x^4)^2 = 16$

INSTITUTO NUESTRA SEÑORA DE FÁTIMA

MÚLTIPLOS Y DIVISORES



Múltiplos y divisores

Teoría

- Los **múltiplos** de un número se obtienen multiplicando dicho número por cualquier otro número natural.
- a) $4 \cdot 5 = 20$, entonces, 20 es **múltiplo** de 4 y de 5. b) $9 \cdot 3 = 27$, entonces, 27 es **múltiplo** de 3 y de 9.

El 0 es múltiplo de todos los números.

- Un **divisor** es un número que divide exactamente a otro.
- a) 6 es divisor de 18, porque $18 : 6 = 3$. Por lo tanto, 18 es **divisible** por 6 y por 3.
- b) 7 es divisor de 35, porque $35 : 7 = 5$. Por lo tanto, 35 es **divisible** por 7 y por 5.

El 1 es divisor de todos los números.

1 Tachar los números que no cumplen con la condición pedida.

a) Múltiplo de 9.

69 9 0 27 109 3 63 450 6 99

b) Divisor de 60.

45 30 0 10 25 3 60 120 15 4

c) Múltiplo de 15.

25 1 30 60 40 5 3 90 45 100

d) Divisor de 100.

15 50 25 100 0 30 10 200 75 1

2 Escribir todos los números que cumplen con cada una de las siguientes condiciones.

a) Divisores de 24.

d) Múltiplos impares de 11 menores que 150.

b) Múltiplos de 6 entre 50 y 100.

e) Divisores pares de 200.

c) Divisores de 60 mayores que 10.

f) Múltiplos de 19 entre 100 y 200.

3 Completar las siguientes frases.

a) Si 40 es múltiplo de 8, entonces, 8 es de 40.

b) Si 9 es divisor de 36, entonces, 36 es de 9.

c) Si $30 = 2 \cdot 15$; entonces, 2 y 15 son de 30.

d) Si $100 = 25 \cdot 4$; entonces, 100 es de 4 y de 25.

e) Si 20 es divisible por 4; entonces, 4 es de 20.

- 4 Rocío tiene 60 estampillas y quiere ordenarlas sin que sobre ninguna formando un rectángulo con no menos de tres figuritas por lado.

Escribir todas las formas posibles de ordenarlas.

- 5 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- | | | |
|--|--|--|
| a) 5 es múltiplo de 20. ☐ | e) 15 es divisor de 75. ☐ | i) 102 es múltiplo de 3. ☐ |
| b) 56 es divisible por 8. ☐ | f) 1 es múltiplo de 9. ☐ | j) 18 es divisor de 3. ☐ |
| c) 0 es divisor de 7. ☐ | g) 42 es divisible por 6. ☐ | k) 200 es múltiplo de 25. ☐ |
| d) 3 no es múltiplo de 9. ☐ | h) 7 es divisor de 63. ☐ | l) 54 es divisible por 6. ☐ |

- 6 Encontrar el primer múltiplo de 8 mayor que 571.

- 7 Martín tiene una cierta cantidad de libros. Son más de 60 pero menos de 85, y quiere ordenarlos en una biblioteca poniendo en cada estante la misma cantidad. Si coloca 7 en cada estante, le sobran 4; si coloca 8, le sobra 1; y si coloca 9, no le sobra ninguno.

Calcular cuántos libros tiene Martín.

- 8 Escribir el número que cumpla con la condición pedida en cada caso.

- a) El menor múltiplo de 17 mayor que 300:
- b) El menor divisor de 119 distinto de 1:
- c) El mayor múltiplo de 23 menor que 500:
- d) El mayor divisor de 525 distinto de 525:
- e) El múltiplo de 47 comprendido entre 400 y 450:

Desafío

- 9 El 1 de enero de 2013 fue martes. ¿En que año volverá a ser martes el 1 de enero?

Criterios de divisibilidad

Teoría

Los **criterios de divisibilidad** sirven para conocer si un número se puede dividir por otro sin realizar la división.

Un número se puede dividir por	Cuando	Ejemplos
2	Su última cifra es 0 o número par.	150 – 3 258 – 23 554
3	La suma sucesiva de sus cifras es 3, 6 o 9.	513 $\rightarrow 5 + 1 + 3 = 9$ 765 $\rightarrow 7 + 6 + 5 = 18 \rightarrow 1 + 8 = 9$
4	Sus dos últimas cifras son 0 o múltiplos de 4.	300 – 408 – 2 536
5	Su última cifra es 0 o 5.	380 – 4 215 – 31 600
6	Es divisible por 2 y por 3, simultáneamente.	714 – 900 – 4 002
8	Sus tres últimas cifras son 0 o múltiplos de 8.	5 000 – 7 800 – 13 032
9	La suma sucesiva de sus cifras es 9.	261 $\rightarrow 2 + 6 + 1 = 9$ 8 766 $\rightarrow 8 + 7 + 6 + 6 = 27 \rightarrow 2 + 7 = 9$
10	Su última cifra es 0.	790 – 6 110 – 53 000
11	La diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares e impares es 0 u 11.	8 415 $\rightarrow (8 + 1) - (4 + 5) = 9 - 9 = 0$ 9 482 $\rightarrow (9 + 8) - (4 + 2) = 17 - 6 = 11$
12	Es divisible por 3 y por 4, simultáneamente.	132 – 6 408 – 17 100
15	Es divisible por 3 y por 5, simultáneamente.	810 – 2 115 – 7 800

10 Unir cada número con sus divisores.

a) 580

e) 6 435

b) 693

f) 7 324

c) 1 410

g) 13 428

d) 2 112

Divisible por 2

Divisible por 8

Divisible por 3

Divisible por 9

Divisible por 4

Divisible por 10

Divisible por 5

Divisible por 11

Divisible por 6

Divisible por 15

Divisible por 12

11 Completar los casilleros con cifras distintas del 0 al 9 y formar un número que cumpla con la condición pedida.

a) Múltiplo de 3 y de 5 $\rightarrow$

d) Divisible por 15 $\rightarrow$

b) Divisible por 12 $\rightarrow$

e) Múltiplo de 8 y de 9 $\rightarrow$

c) Múltiplo de 4 y de 9 $\rightarrow$

f) Divisible por 11 y 12 $\rightarrow$

12 Fernando nació en el último año múltiplo de 12 del siglo XX. Calcular la edad que tiene en 2013.

Números primos, compuestos y coprimos

Teoría

- Un número natural es **primo** cuando solo es divisible por 1 y por sí mismo, es decir, cuando tiene solo dos divisores. Por ejemplo: 3, 11 o 23.
- Un número es **compuesto** cuando no es primo, es decir, cuando tiene más de dos divisores. Por ejemplo: 10, 25 o 60.

El número 1 no es primo ni compuesto.

- Dos números son **coprimos** cuando no tienen divisores en común, salvo el 1. Por ejemplo: 5 y 13 o 6 y 25.

Todos los números primos son coprimos entre sí.

13 Unir cada número con su propiedad.

47

43

67

105

165

89

132

37

101

83

107

201

101

91

49

27

143

99

23

57

65

Número primo

Número compuesto

14 Tachar las letras que tienen números primos.

A 17	L 33	B 5	O 4	T 31	A 11	E 99	S 63	D 59	E 12	N 51	A 71	C 42	O 19	I 77	G 29
A 4	L 125	I 3	E 49	M 73	S 102	I 48	E 61	N 39	C 2	V 55	I 69	H 103	S 88	E 47	I 45
B 14	L 87	O 53	E 36	A 72	U 13	L 100	P 41	O 8	S 58	O 93	E 97	J 90	P 7	O 105	S 81

Escribir en orden las letras que quedaron sin tachar y leer la frase.

15 Marcar con una X los pares de números que son coprimos.

- a) 3 y 40 ☐

d) 12 y 25 ☐

g) 42 y 55 ☐

j) 19 y 32 ☐

b) 6 y 27 ☐

e) 13 y 39 ☐

h) 24 y 91 ☐

k) 54 y 89 ☐

c) 20 y 35 ☐

f) 28 y 63 ☐

i) 51 y 21 ☐

l) 45 y 48 ☐

Desafío

- ### 16
- Un número es "perfecto" cuando la suma de todos sus divisores, excluyendo al número, es igual a dicho número. Por ejemplo: divisores de 6, excluyendo al 6: 1, 2, 3 → $1 + 2 + 3 = 6$
 Buscar otro número perfecto.

17 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- | | |
|--|---|
| a) 119 es un número compuesto. ☐ | f) 1 es un número compuesto. ☐ |
| b) 201 es un número primo. ☐ | g) 14 tiene solo cuatro divisores. ☐ |
| c) 10 tiene solo dos divisores. ☐ | h) Todos los números primos son impares. ☐ |
| d) 0 es múltiplo de 8. ☐ | i) Todos los números compuestos son pares. ☐ |
| e) 1 es un número primo. ☐ | j) 7 es múltiplo de 0. ☐ |

18 Escribir un número de dos cifras que cumpla con la condición pedida en cada caso.

Que tenga solo:

- a) 2 divisores b) 3 divisores c) 4 divisores d) 5 divisores

19 Unir con el número que corresponda.

- | | | | |
|--|--|---|---|
| a) Múltiplo de 13 | e) Múltiplo de 42 | 196 | 144 |
| b) Divisor de 124 | | 32 | 31 |
| c) Divisible por 24 | f) Divisible por 28 | 133 | 126 |
| d) Divisor de 96 | g) Divisor de 108 | 104 | 36 |

20 Escribir un número de cinco cifras distintas que cumpla con la condición pedida en cada caso.

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| a) Múltiplo de 3 pero no de 6: | d) Múltiplo de 4 pero no de 12: |
| b) Múltiplo de 2 pero no de 8: | e) Múltiplo de 5 pero no de 10: |
| c) Múltiplo de 6 pero no de 9: | f) Múltiplo de 12 pero no de 15: |

21 Escribir todos los múltiplos de 6 de cuatro cifras distintas que pueden armarse con 2, 3, 4, 5, 8.

22 Plantear y resolver.

Marcos tiene entre 60 y 70 monedas de \$ 2. Si las agrupa de a cinco o de a nueve, siempre le sobra una. ¿Cuánto dinero tiene Marcos?

23 Responder y justificar la respuesta con ejemplos.

- a) ¿Los múltiplos de 8 son múltiplos de 4? d) ¿Los múltiplos de 3 son múltiplos de 9?
- b) ¿Los múltiplos de 4 son múltiplos de 12? e) ¿Los múltiplos de 2 son múltiplos de 10?
- c) ¿Los múltiplos de 6 son múltiplos de 3? f) ¿Los múltiplos de 10 son múltiplos de 5?

24 Completar cada casillero con una cifra para que se cumpla con la condición pedida.

- a) es divisible por 3. e) es divisible por 12.
- b) es múltiplo de 9. f) es múltiplo de 4 y de 6.
- c) es divisible por 6. g) es divisible por 15.
- d) es múltiplo de 4. h) es múltiplo de 11 y de 3.

25 En una competencia de natación, se inscribieron 24 mujeres y 30 varones.

Calcular cuántos equipos pueden armarse respetando las siguientes condiciones:

- Todos los equipos deben tener el mismo número de competidores.
- En todos los equipos, debe haber una misma cantidad de varones y de mujeres.
- Debe haber la mayor cantidad posible de equipos.

26 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- a) Todos los números primos son coprimos entre sí. ☐
- b) Todos los números primos son coprimos con cualquier número compuesto. ☐
- c) Ningún par de números compuestos son coprimos. ☐
- d) El 1 es coprimo con cualquier número. ☐
- e) El 2 es coprimo con cualquier número impar. ☐
- f) Todos los números impares son coprimos con cualquier número par. ☐

27 Escribir el número que cumple con las siguientes condiciones.

- Tiene cuatro cifras impares distintas y es menor que 2 000.
- Es múltiplo de nueve y de cinco.
- La cifra de las decenas es mayor que la de las centenas.

Factoreo de un número

Teoría

Factorear un número es expresarlo como un producto de factores primos.

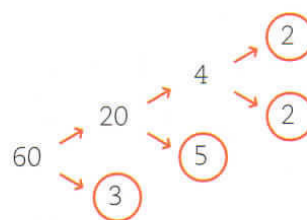
a) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

b) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$

c) $30 = 2 \cdot 5 \cdot 3$

Un número se puede factorizar de dos maneras diferentes:

60	3
20	2
10	5
2	2
1	



$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

28 Marcar con una **X** los números que están correctamente factorizados.

a) $12 = 4 \cdot 3$ ☐

d) $36 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$ ☐

g) $50 = 5 \cdot 2 \cdot 5$ ☐

b) $15 = 3 \cdot 5$ ☐

e) $42 = 7 \cdot 6$ ☐

h) $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10$ ☐

c) $16 = 2 \cdot 2 \cdot 4$ ☐

f) $45 = 15 \cdot 3$ ☐

i) $90 = 9 \cdot 2 \cdot 5$ ☐

j) Factorizar correctamente los números mal factorizados.

29 Unir cada número con su correspondiente factorización.

a) 90

d) 270

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$2 \cdot 3^3 \cdot 5$

b) 150

$2 \cdot 3 \cdot 5^2$

$2 \cdot 3^2 \cdot 5$

c) 120

e) 300

$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

$2^3 \cdot 3 \cdot 5$

30 Factorizar la base de cada raíz y calcularla a partir de las propiedades.

a) $\sqrt{324}$

b) $\sqrt[3]{1728}$

c) $\sqrt{1296}$

d) $\sqrt[4]{4096}$

Múltiplo común menor y divisor común mayor

Teoría

El **múltiplo común menor** (MCM) de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes.

Múltiplos de 10: 10 - 20 - 30 - 40 - 50 - **60** - 70 - 80 - 90 - 100 - 110 - 120 ...

Múltiplos de 15: 15 - 30 - 45 - **60** - 75 - 90 - 105 - **120** - 135 - 150 ...

Múltiplos de 20: 20 - 40 - **60** - 80 - 100 - **120** - 140 - 160 - 180 - 200 ...

El MCM entre 10, 15 y 20 es **60**. $\rightarrow$ MCM (10, 15 y 20) = 60

Una manera práctica de hallar el MCM de dos o más números es multiplicar los factores primos **comunes** y **no comunes** de los números con su **mayor exponente**.

$$10 = 2 \cdot 5 \quad 15 = 3 \cdot 5 \quad 20 = 2^2 \cdot 5 \quad \rightarrow \quad \text{MCM (10, 15 y 20)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

31

Calcular.

a) MCM (18 y 24)

b) MCM (30 y 45)

c) MCM (12, 20 y 45)

d) MCM (25, 35 y 40)

Teoría

El **divisor común mayor** (DCM) de dos o más números es el mayor de los divisores comunes.

Divisores de 16: 1 - 2 - **4** - 8 y 16

Divisores de 20: 1 - 2 - **4** - 5 - 10 y 20

Divisores de 24: 1 - 2 - 3 - **4** - 6 - 8 - 12 y 24

El DCM entre 16, 20 y 24 es **4**. $\rightarrow$ DCM (16, 20 y 24) = 4

Una manera práctica de hallar el DCM de dos o más números es multiplicar los factores primos **comunes** de los números con su **menor** exponente.

$$16 = 2^4 \quad 20 = 2^2 \cdot 5 \quad 24 = 2^3 \cdot 3 \quad \rightarrow \quad \text{DCM (16, 20 y 24)} = 2^2 = 4$$

32

Calcular.

a) DCM (24 y 72)

b) DCM (36 y 60)

c) DCM (16, 20 y 28)

d) DCM (30, 45 y 75)

Desafío

33

Responder y justificar.

a) ¿Cuál es el DCM de dos números primos?

b) ¿Cómo se calcula su MCM?

34 Calcular los números que corresponden a los siguientes factorios.

a) $2^2 \cdot 5 \cdot 7 =$

b) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 =$

c) $5^2 \cdot 2 \cdot 11 =$

35 Factorizar los siguientes números.

a)

252

b)

264

c)

540

d)

588

252 =

264 =

540 =

588 =

36 Calcular mentalmente el DCM de cada par de números y unir los que sean iguales.

15 y 20

8 y 12

14 y 25

20 y 24

6 y 30

14 y 18

6 y 9

16 y 22

15 y 21

10 y 25

12 y 18

37 Completar la tabla.

n	m	MCM (n y m)	DCM (n y m)
80	200		
90	300		
120	450		
180	270		

38 Escribir dos pares de números compuestos **a** y **b** que cumplan con las siguientes condiciones.

a) $\text{DCM}(a \text{ y } b) = 6$

c) $\text{DCM}(a \text{ y } b) = 1$

e) $\text{DCM}(a \text{ y } b) = 15$

b) $\text{MCM}(a \text{ y } b) = 32$

d) $\text{MCM}(a \text{ y } b) = 40$

f) $\text{MCM}(a \text{ y } b) = 60$

39 Plantear y resolver.

- a) En una ruta, hay carteles publicitarios cada 16 km y teléfonos para emergencia cada 40 km. Si en un peaje hay un cartel y un teléfono, ¿después de cuántos kilómetros volverán a coincidir ambos?
- b) Macarena compró tres rollos de cinta de colores de 56 cm, 72 cm y 96 cm para cortar el menor número de tiras iguales sin desperdiciar cinta. ¿Cuántas tiras puede cortar?
- c) Desde una terminal, salen cada 60 minutos micros hacia Córdoba; cada 90 minutos, hacia Misiones; y cada 135 minutos, hacia Trelew. Si a las 8 de la mañana coincidieron las tres salidas, ¿a qué hora volverán a coincidir?
- d) Diego tiene 36 películas de terror, 45 de ciencia ficción, 54 comedias y 63 de acción. Si las quiere guardar en la menor cantidad de cajas con igual cantidad de películas del mismo género, ¿cuántas cajas debe conseguir?

- 40** Natalia y Matías corren alrededor de una pista de atletismo y parten juntos desde la largada. Natalia tarda 84 segundos en dar una vuelta completa; y Matías, 126 segundos.

Calcular y responder.

- a) ¿Cuánto tiempo después de partir vuelven a coincidir en la largada?
- b) ¿Cuántas vueltas dio cada uno de ellos?

- 41** Sobre el contorno de un terreno rectangular de 468 m de largo y 264 m de ancho, se quieren colocar árboles que estén a la misma distancia uno del otro y a la mayor distancia posible.

Calcular y responder.

- a) ¿Cuántos metros habrá entre cada árbol?
- b) ¿Cuántos árboles serán necesarios?

42 Escribir todos los números que cumplen con cada una de las siguientes condiciones.

- a) Es divisor de 18 y de 42.
- b) Es un número primo entre 100 y 130.
- c) Es un número compuesto entre 40 y 50.
- d) Es coprimo con 12 y menor que 20.
- e) Es un múltiplo de 17 entre 200 y 300.
- f) Es múltiplo de 9 y de 15, y menor que 200.

43 Calcular el menor número que hay que restarle a cada número para que sea múltiplo de 9.

- a) 205
- b) 701
- c) 2 417
- d) 38 587

44 Calcular el menor número que hay que sumarle a 1321 para que cumpla con cada condición.

- a) Divisible por 8.
- b) Múltiplo de 9.
- c) Divisible por 11.
- d) Múltiplo de 15.

45 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- a) El número 15 tiene 4 divisores.
- b) El número 18 tiene solo dos divisores primos.
- c) Todo número es múltiplo de sí mismo.
- d) Dos números primos no tienen múltiplos comunes.
- e) Todos los divisores de 12 son divisores de 300.
- f) No existen dos números primos consecutivos.
- g) Todos los divisores de 10 son números primos.
- h) El MCM de dos números primos es su producto.
- i) Dos números primos no tienen DCM.
- j) El factorización de un número primo tiene un solo factor.

☐

☐

☐

☐

☐

☐

☐

☐

☐

☐

46 Marcar con una **X** el casillero que corresponda.

Divisible por:	2	3	4	5	6	8	9	10	11	12	15
510											
1 248											
3 465											
4 220											
5 115											
6 804											
8 184											

47 Escribir un número compuesto de dos cifras para que los pares de números sean coprimos.

- a) 15 y b) 20 y c) 36 y d) 42 y e) 100 y

48 Plantear y resolver.

- a) Si la distancia entre dos ciudades es igual a la suma de todos los divisores de 102, ¿es mayor o menor que 300 km?
- e) En un camino, hay un cartel cada 17 km. ¿Cuántos carteles se pueden ver si se recorren 200 km?
- b) Giselle no recuerda los dos últimos números de la contraseña de su correo. Si sabe que son múltiplos de 13, ¿cuántas contraseñas, como máximo, deberá probar para ingresar a su correo?
- f) Si la dirección de la casa de Estela es múltiplo de 11 y tiene cuatro cifras impares distintas, ¿cuáles son las posibles direcciones de Estela?
- c) Juan tiene entre \$ 80 y \$ 100. La cantidad de dinero es un número primo, y si se le suma uno es divisible por nueve. ¿Cuánto dinero tiene Juan?
- g) Guillermo cumplió 21 años en el primer año múltiplo de 15 del siglo XXI. ¿En qué año nació Guillermo?
- d) Si Julieta va al gimnasio tres veces por semana, ¿cuántas veces va al gimnasio por año?
- h) La edad de la abuela de Lucas es igual al triple de un número primo entre 20 y 30. Si tiene menos de 70 años, ¿qué edad tiene la abuela?

49 Micaela quiere darle a sus tres hijos la misma cantidad de dinero a cada uno y tiene los siguientes billetes:



Plantear y responder.

- a) ¿Puede repartir todo el dinero con esos billetes?
- b) ¿Cómo debe repartirlos para darle la mayor cantidad de dinero a cada uno de sus hijos?

50 Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda.

- a) Un mismo número puede tener distintos factorios. ☐
- b) Existen números compuestos con un solo factor en su factorio. ☐
- c) El factorio de un número compuesto tiene por lo menos tres factores. ☐
- d) El factorio de dos números distintos puede ser igual. ☐
- e) Los números primos no se pueden factoriar. ☐

51 Completar con el exponente que corresponde en cada caso.

- a) $54 = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$
- b) $162 = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$
- c) $288 = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$
- d) $432 = 2^{\square} \cdot 3^{\square}$

52 Alicia quiere colocar un póster de 60 cm por 45 cm en la pared de su cuarto utilizando la menor cantidad de chinchos y todas a la misma distancia.

- a) ¿Cuántas chinchos debe colocar?
- b) ¿A qué distancia una de otra?

53 Se reproducen simultáneamente dos canciones que vuelven a comenzar cada vez que terminan. Una de las canciones dura 1 min 45 seg y la otra 1 min 10 seg.

- a) ¿Después de cuánto tiempo comienzan simultáneamente?
- b) ¿Cuántas veces se reprodujo cada canción cuando eso ocurre?

54 En una librería, se quieren colocar 72 libros de Matemática, 48 de Sociales, 54 de Lengua y 162 de Naturales en la menor cantidad de estantes y con la misma cantidad de libros de cada área en todos ellos.

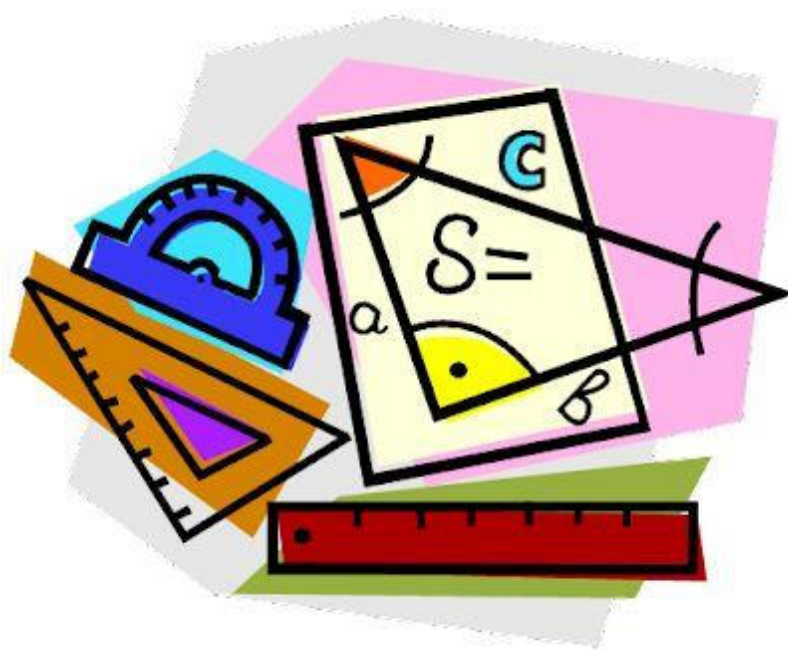
- a) ¿Cuántos estantes se van a ocupar?
- b) ¿Cuántos libros de cada área habrá en cada uno?

55 Nadia tiene tiras de tela rojas de 12 cm de largo; azules, de 27 cm; y verdes, de 18 cm. Quiere armar una cinta tricolor del menor largo posible cosiendo las tiras del mismo color una a continuación de la otra y sin cortar ninguna.

- a) ¿Cuál será el largo de toda la cinta?
- b) ¿Cuántas tiras de cada color deberá utilizar?

INSTITUTO NUESTRA SEÑORA DE FÁTIMA

GEOMETRÍA



Conceptos básicos de geometría:

Iniciamos aquí una nueva etapa en nuestros estudios: la geometría. Es una rama de la matemática que se preocupa, entre otras cosas, por estudiar las medidas y las formas de las cosas del mundo en que vivimos.

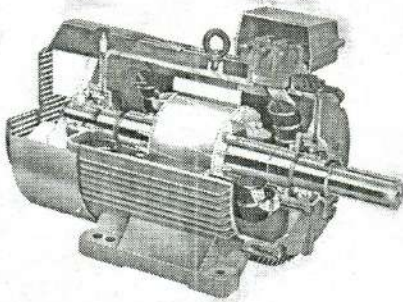
Nacida hace 4000 años, a partir de la necesidad de medir las tierras de alrededor del Río Nilo (Egipto), la Geometría es hoy una de las más importantes ciencias básicas; herramienta indispensable en muchas ramas del conocimiento humano tal como la ingeniería, la medicina, las artes, etc.

Aplicación de la geometría:

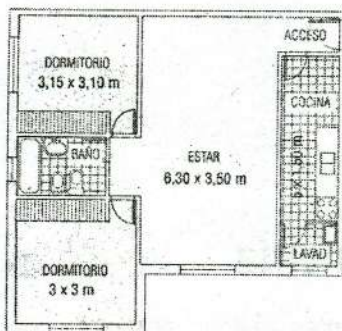
En el arte y el diseño



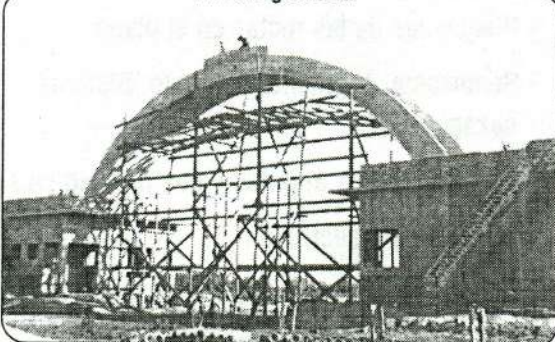
En la ciencia y tecnología



En la arquitectura



En la ingeniería



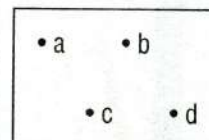
Los conceptos básicos de Geometría son: **punto**, **recta** y **plano**. Son conceptos primitivos ya que son modelos creados por nuestra imaginación y que no pueden ser definidos formalmente. No obstante, la formación de estos conceptos puede ser realizada intuitivamente.

Usando las palabras "puntos", "recta" o "plano", indiquen que les sugiere:

- a) La superficie del agua de una piscina
- b) Una estrella vista desde la Tierra
- c) Un rayo de luz
- d) Un grano de arena
- e) Una mesa de ping-pong
- f) Una hebra de lana
- g) Una hoja de papel

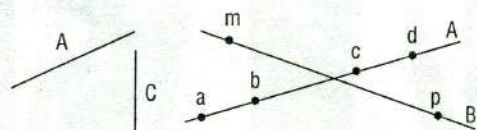
El espacio es el conjunto de todos los puntos

La marca hecha por la punta del lápiz, el agujero hecho por una aguja, la localización de una ciudad en un mapa, etc., sugieren la idea de punto. Los puntos, en general, son indicados con letras minúsculas.



Un hilo bien estirado, el encuentro de 2 paredes, las vías del tren, etc., sugieren la idea de recta. La recta debe ser imaginada extendiéndose indefinidamente en los dos sentidos. Las rectas son, en general, indicadas por letras mayúsculas.

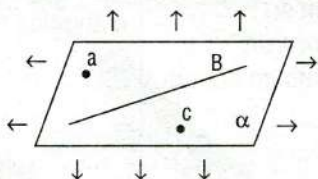
La recta es un conjunto cuyos elementos son puntos.



Una recta tiene infinitos puntos.

La superficie de una pared y la tapa de una mesa, sugieren la idea de plano. El plano debe ser imaginado sin fronteras, eso es ilimitado en todas sus direcciones. Los planos son, en general, indicados por las letras del alfabeto griego (α , β , γ , δ ,...).

El plano es un conjunto cuyos elementos son los puntos.

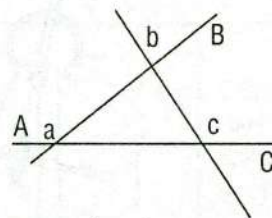


Un plano tiene infinitos puntos.

Algunas letras del alfabeto griego

Alfa	α	Lambda	λ
Beta	β	Mu	μ
Gamma	γ	Pi	π
Delta	δ	Rho	ρ
Épsilon	ϵ	Sigma	σ
Eta	η	Fi	ϕ
Kappa	κ	Omega	ω

2. De acuerdo con la figura indiquen:



a) Las rectas que pasan por el punto a.

.....

b) Las rectas que pasan por el punto b.

.....

c) La recta que pasa por los puntos a y b.

.....

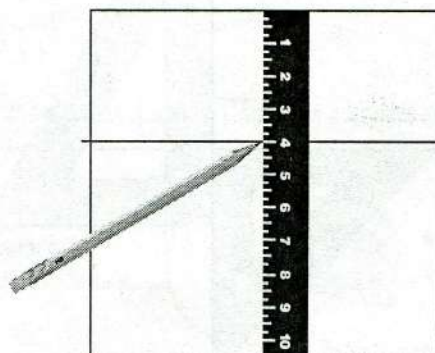
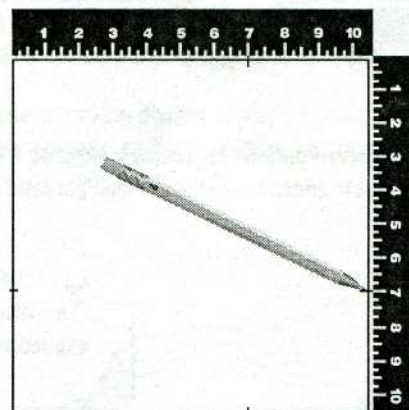
d) La recta que pasa por los puntos b y c.

.....

Elementos de Geometría:

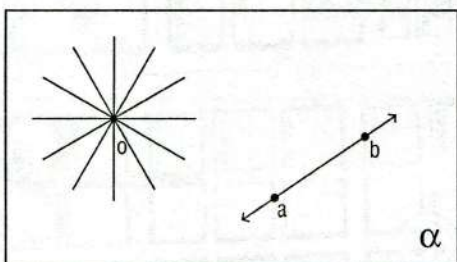
Con los diferentes instrumentos de su juego de geometría pueden trazar muchas figuras; es importante que lo conozcan y practiquen para lograr suficiente habilidad en su manejo y trazar lo que quieran.

La regla graduada: les sirve para trazar líneas rectas y para medir longitudes.



Actividades

1. Observen el dibujo y completen con: "una sola", "ninguna" o "infinitas":



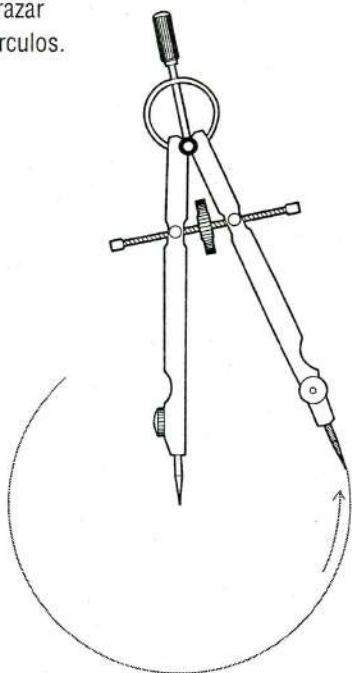
a) Existen planos, ... rectas e puntos.

b) Por un punto pasan rectas.

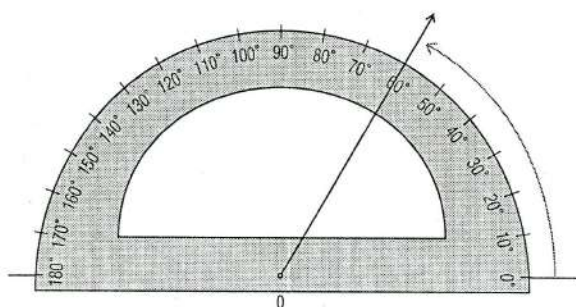
c) Por dos puntos del espacio pasa recta.

d) Por una recta pasan planos.

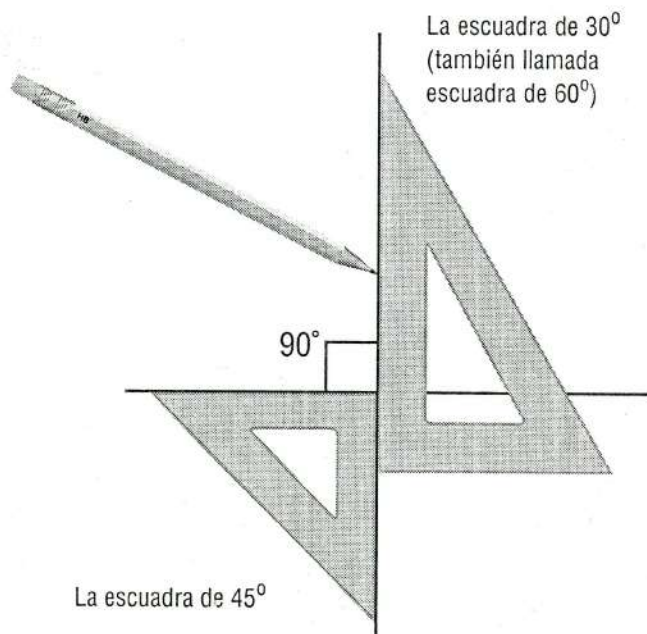
El compás: sirve para trazar arcos, semicírculos y círculos.



El transportador: se utiliza para medir y trazar ángulos.

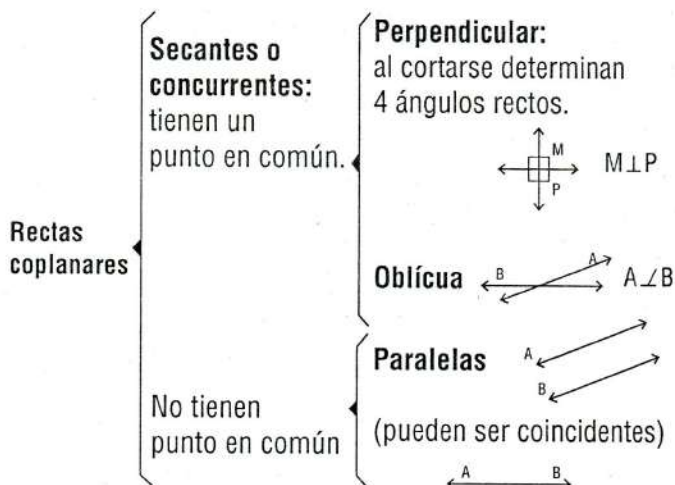


Las escuadras: sirven para trazar rectas y algunos ángulos; con su ayuda pueden trazar líneas paralelas y líneas perpendiculares.



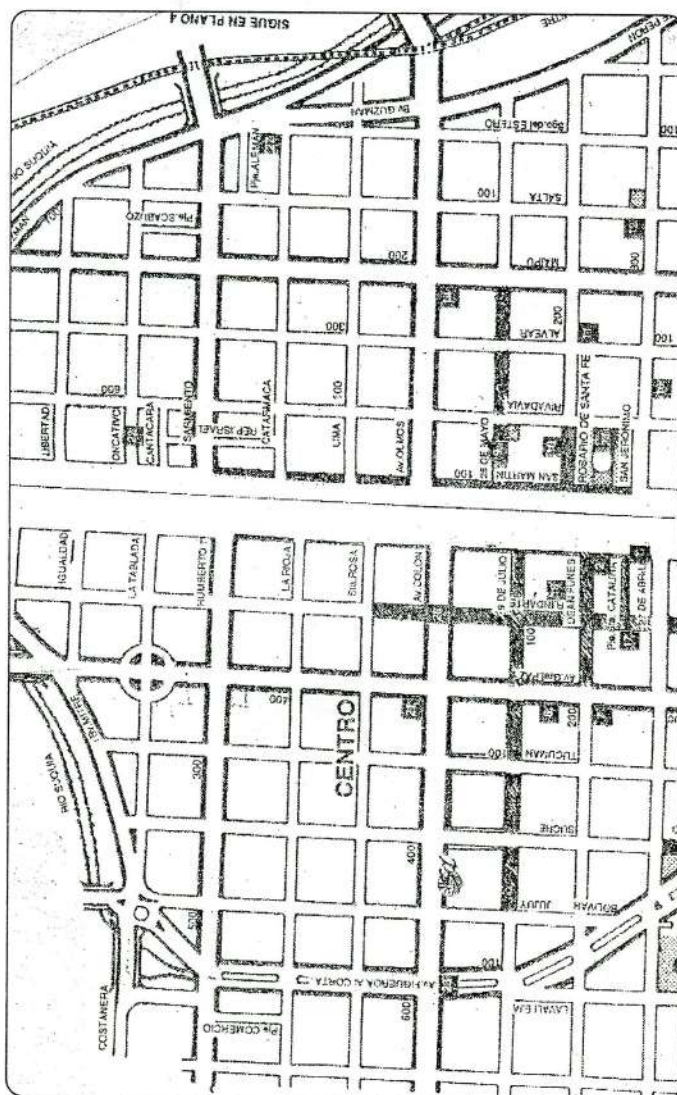
Rectas en el plano

Dos o más rectas que están incluidas en un mismo plano se llaman **coplanares**.

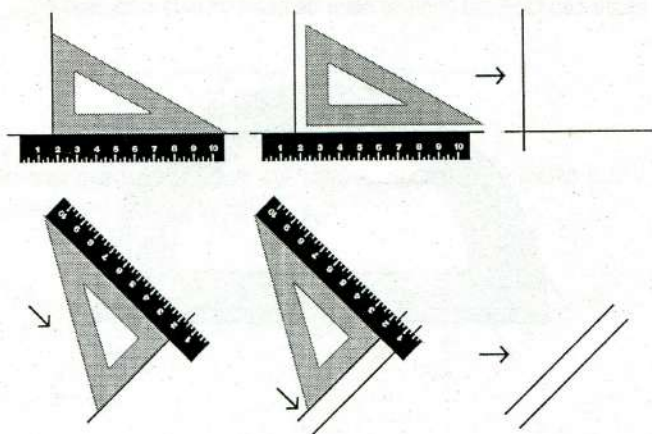


Observen el siguiente plano y nombren:

- Un par de calles paralelas.
- Un par de calles perpendiculares.
- Un par de calles oblicuas.

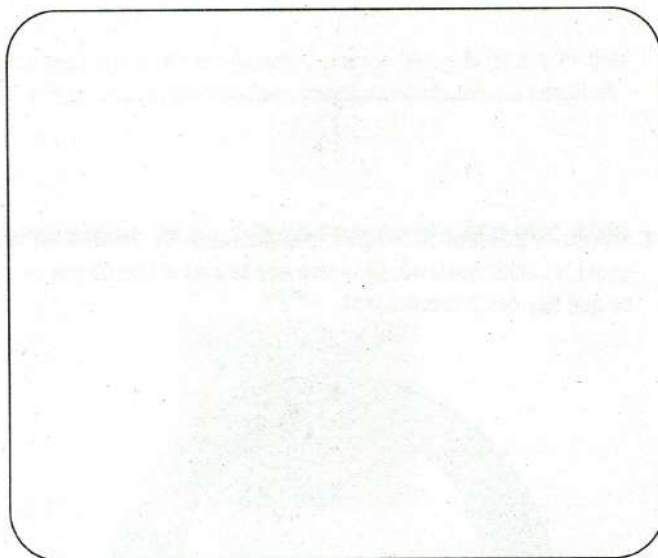


Construcción de rectas perpendiculares y paralelas con regla y escuadra

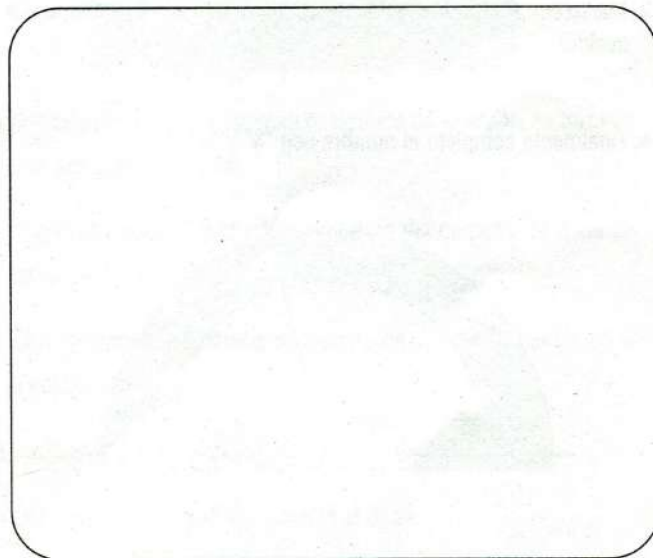


Grafiquen las siguientes situaciones:

a) $A \parallel B$; $B \perp C$; $C \perp D$ y $D \parallel E$



b) $M \perp N$; $N \parallel P$; $P \perp Q$

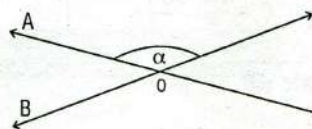


Semiplano, semirrecta y segmento

Semiplano		Parte del plano que queda determinado al cortarlo por una recta llamada borde.
Semirrecta		Parte de la recta que se determina al marcar en ella un punto llamado origen. $\vec{o a}$ = semirrecta de origen o que pasa por a. $\vec{o b}$ = semirrecta de origen o que pasa por el punto b.
Segmento		Parte de la recta que queda comprendida entre dos puntos pertenecientes a ella llamados extremos $\overline{ab}$

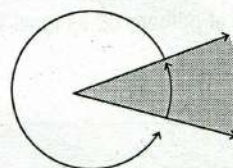
Ángulos

Dos rectas que se cruzan dividen al plano en cuatro regiones. Cada una de estas regiones se llama **ángulo convexo**. Sus elementos son: vértice (o) y lados (semirrectas).



Hay dos tipos de ángulos: **Cóncavos** y **Convexos**

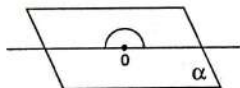
Cóncavo: mayor que un ángulo llano.



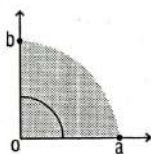
Convexo: menor que un ángulo llano.

Ángulos Convexos:

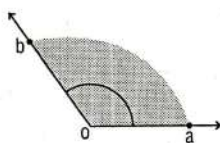
Ángulo llano: cada uno de los semiplanos es un ángulo llano.



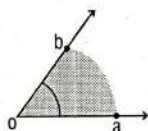
Ángulo recto: $oa \perp ob$



Ángulo obtuso: mayor que un ángulo recto.



Ángulo agudo: menor que un ángulo recto.



Sistema Sexagesimal de medición de ángulos

La unidad de este sistema es el grado, que es el cociente de un ángulo recto por el número 90.

$$1^\circ = \frac{1R}{90} \Rightarrow \boxed{1R = 90^\circ}$$

Un ángulo recto vale 90°

Un grado dividido por el número 60 es igual a un **minuto**.

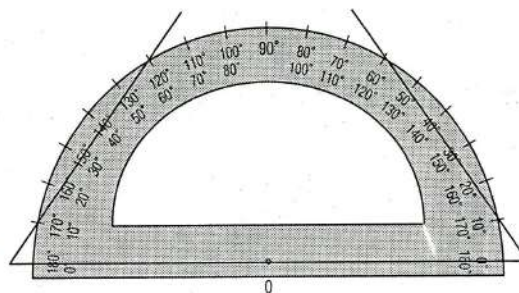
$$1' = \frac{1^\circ}{60} \Rightarrow \boxed{1^\circ = 60'}$$

Un minuto dividido por el número 60 es igual a un **segundo**.

$$1'' = \frac{1'}{60} \Rightarrow \boxed{1' = 60''}$$

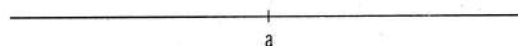
Trazado de ángulos con el transportador

El transportador presenta dos numeraciones, lo cual nos permite medir con facilidad ángulos abiertos hacia un lado o hacia el otro.

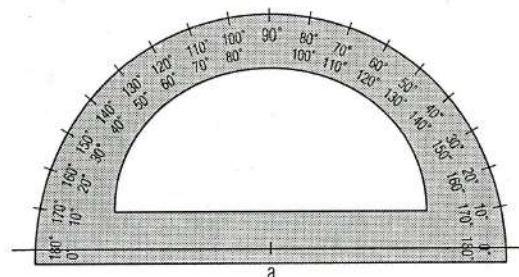


Por ejemplo, si queremos trazar un ángulo de 75° procederemos así:

1. Dibujo una línea y marco un punto, llamado por ejemplo "a".

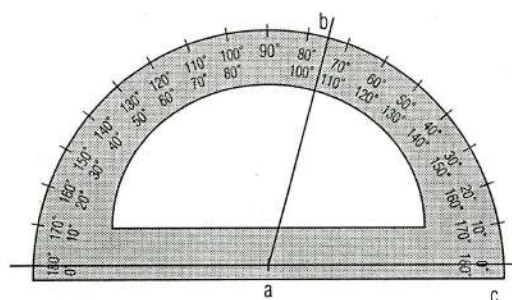


2. Coloco el transportador sobre la línea, como se muestra en la figura, y decido hacia dónde quiero que se abra el ángulo (recuerda que hay dos posibilidades).



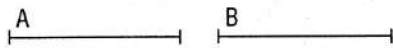
3. Marco con el lápiz la medida deseada y la uno con el extremo que decidí.

4. Finalmente completo el nombre con "b" y "c".

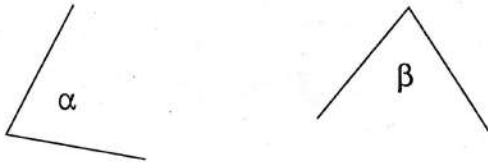


Segmentos y ángulos congruentes

Calquen con papel transparente el segmento A y superpónganlo al segmento B.



Observen que toda la figura coincide. Análogamente realicen este procedimiento con los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.

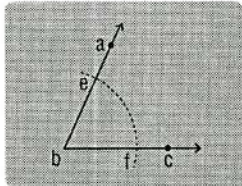


Dos figuras son congruentes cuando al superponerlas todos sus elementos coinciden.

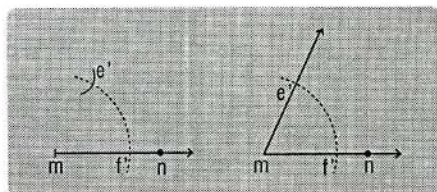
- Dos segmentos son congruentes cuando tienen la misma medida.
- Dos ángulos son congruentes cuando tienen la misma amplitud.

Construcción de un ángulo congruente con otro dado

Dato



Construcción



- Con centro en b y una abertura cualquiera del compás, se traza un arco que corta a $\overrightarrow{ba}$ y $\overrightarrow{bc}$.
- Con centro en "m" y la misma abertura del compás, se traza un arco que corta a $\overrightarrow{mn}$.
- Con el compás tomamos la medida de $\overline{ef}$, y con centro en f' encontramos e'.
- Unimos m con e'.
- Obtenemos un ángulo congruente al dado.

Actividades

1. Indiquen en cada caso la medida del ángulo $\hat{aob}$.

